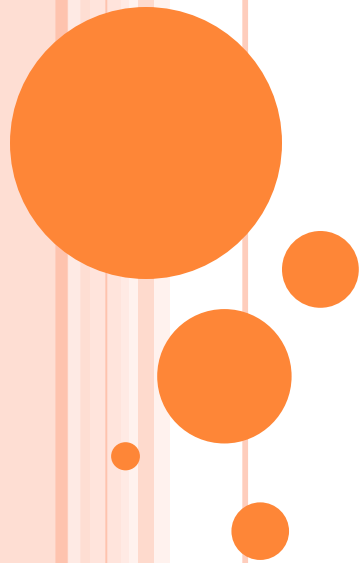


СКАЛЯРНОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ ВЕКТОРОВ



ПОВТОРЕНИЕ - МАТЬ УЧЕНИЯ (РУССКАЯ НАРОДНАЯ ПОСЛОВИЦА)

Недостаточно только получить знания; надо найти им приложение. Недостаточно только желать; надо делать. ГЕТЕ Иоганн Вольфганг



Каждый день, в который вы не пополнили своего образования хотя бы маленьким, но новым для вас куском знания... считайте бесплодно и невозвратно для себя погибшим. *К.С.Станиславский*



Не в количестве знаний заключается образование, а в полном понимании и искусном применении всего того, что знаешь.

Дистервег Адольф



ВОПРОСЫ ДЛЯ РАБОТЫ В ПАРАХ

1. Что значит задать в пространстве прямоугольную систему координат?
2. Как называются оси координат?
3. Как найти координаты вектора \vec{a} . Если известны координаты его начала и конца?
4. Как вы понимаете выражение «угол между векторами»?
5. Что называется скалярным произведением векторов?
6. Что называется скалярным произведением векторов в координатах?
7. Как найти длину вектора \vec{a} , зная его координаты?
8. Как вычислить длину отрезка AB , зная координаты его концов?



ОТВЕТЫ

<i>Обязательный минимальный уровень</i>	<i>Средний уровень А</i>	<i>Средний уровень Б</i>
а) 6; б) 8	а) 6; б) 150	60°



1. ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД С ИЗМЕРЕНИЯМИ $AB = 1\text{ см}$, $AC = 1\text{ см}$, $AA_1 = 1\text{ см}$ (КУБ) СОВМЕЩЕН С ПРЯМОУГОЛЬНОЙ СИСТЕМОЙ КООРДИНАТ ТАК, ЧТО ТОЧКА А НАХОДИТСЯ В НАЧАЛЕ КООРДИНАТ, ТОЧКА В ЛЕЖИТ НА ОСИ x , ТОЧКА С НА ОСИ y , ТОЧКА A_1 НА ОСИ z . ЖЕЛАТЕЛЬНО, ЧТОБЫ ЭТИ ТОЧКИ СТОЯЛИ НА ПОЛОЖИТЕЛЬНОМ НАПРАВЛЕНИИ УКАЗАННЫХ ОСЕЙ.

1.1 ОПРЕДЕЛИТЕ КООРДИНАТЫ ВЕРШИН
ПРЯМОУГОЛЬНОГО ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА.

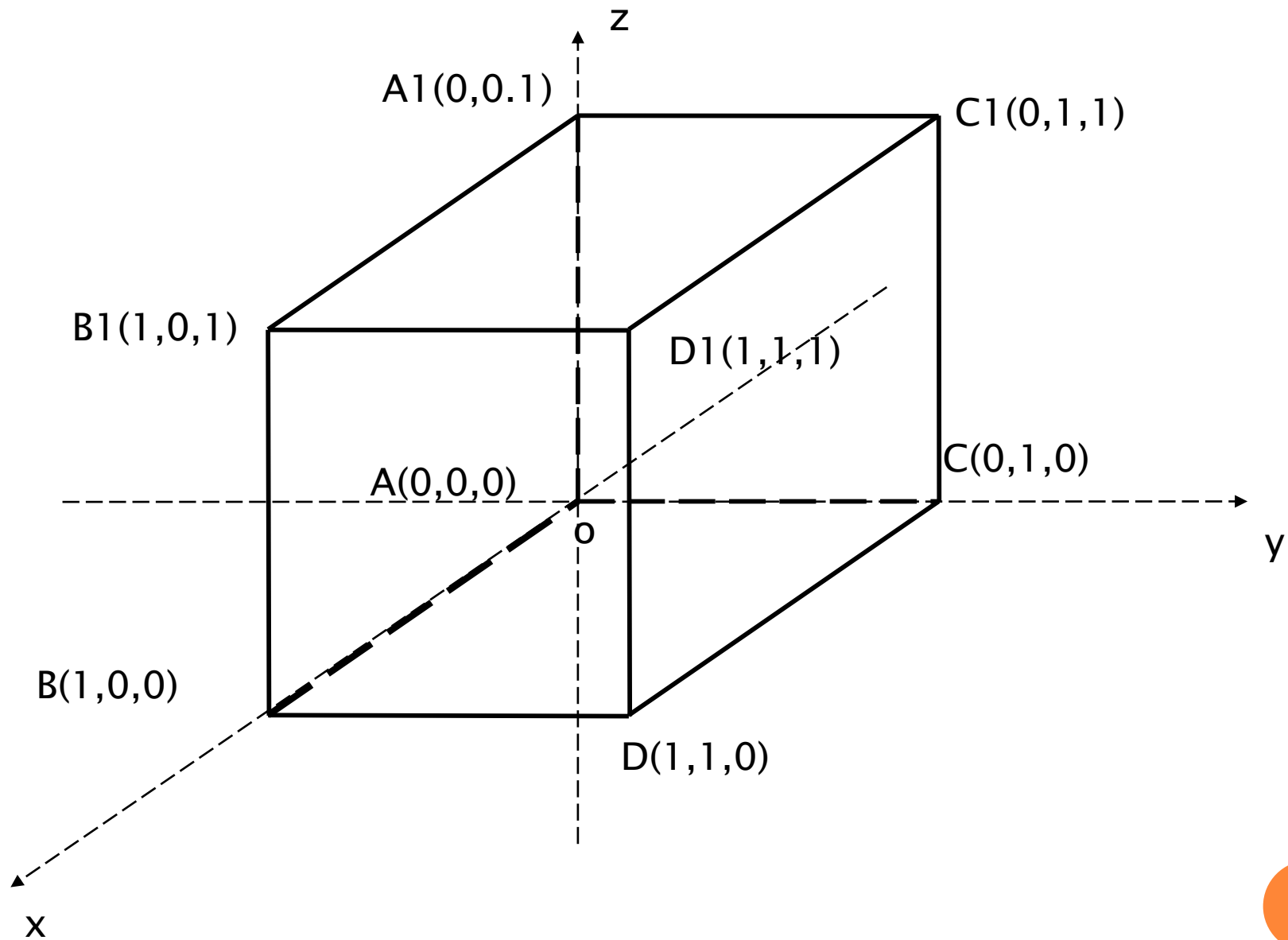
1.2 НАЙДИТЕ КООРДИНАТЫ ВЕКТОРОВ AC_1 И AB_1 И ИХ ДЛИНЫ

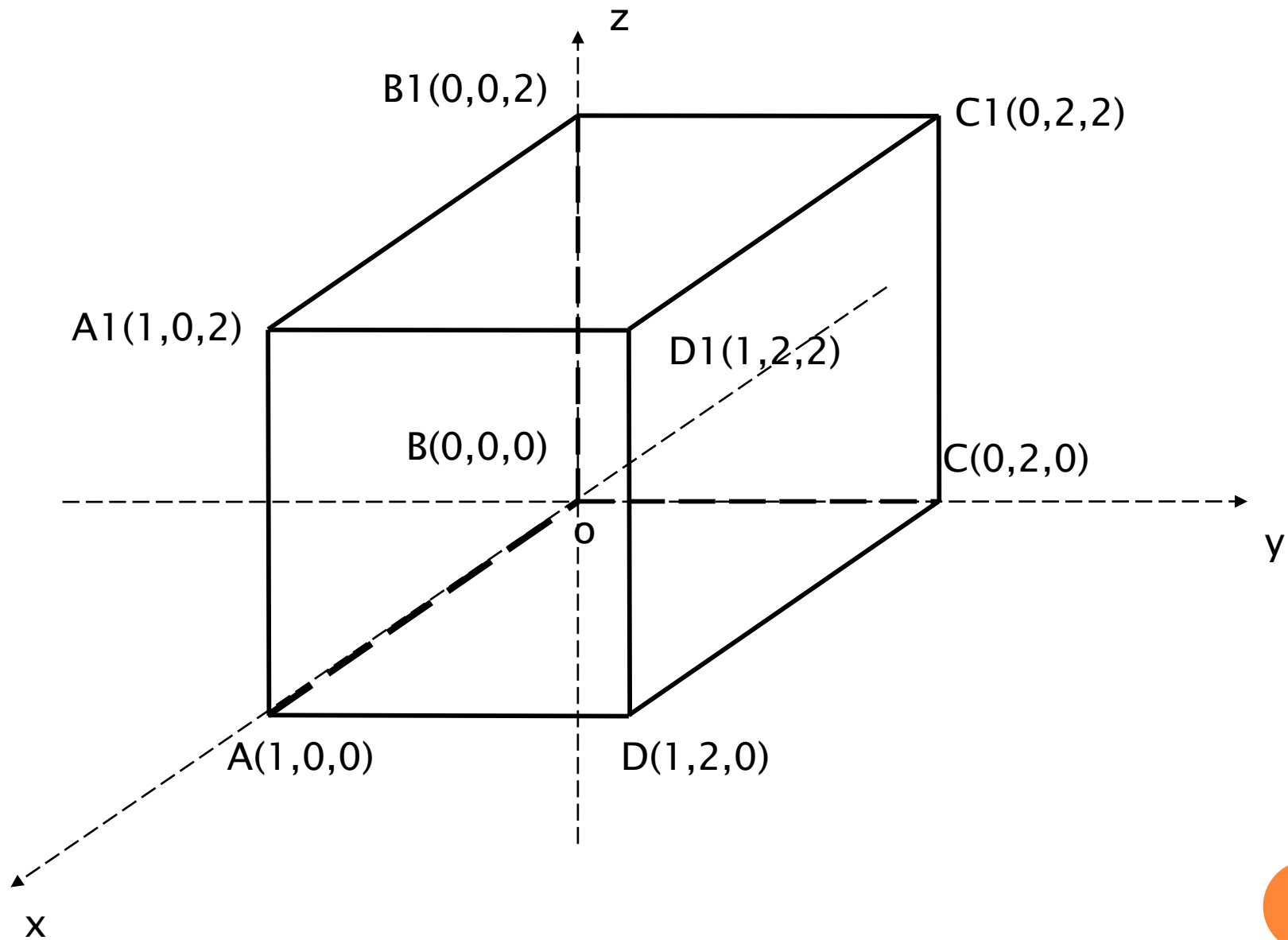
1.3 НАЙДИТЕ УГОЛ МЕЖДУ ЭТИМИ ВЕКТОРАМИ.

Дополнительно

1.4 НАЙДИТЕ \cos УГЛА МЕЖДУ ВЕКТОРАМИ OA И B_1M , ГДЕ O – ТОЧКА ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ДИАГОНАЛЕЙ НИЖНЕЙ ГРАНИ, А M – СЕРЕДИНА СТОРОНЫ C_1D_1 .







Дано: прямоугольный параллелепипед

$$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1; AB = BC = \frac{1}{2} AA_1$$

Найти угол между прямыми BD и CD_1 .

1 способ:

1. Введем систему координат B_{xyz}

2. Пусть $AA_1 = 2$, тогда

$$AB = BC = 1.$$

$$B(0;0;0) \quad C(1;0;0) \quad D(1;1;0) \quad D_1(1;1;2)$$

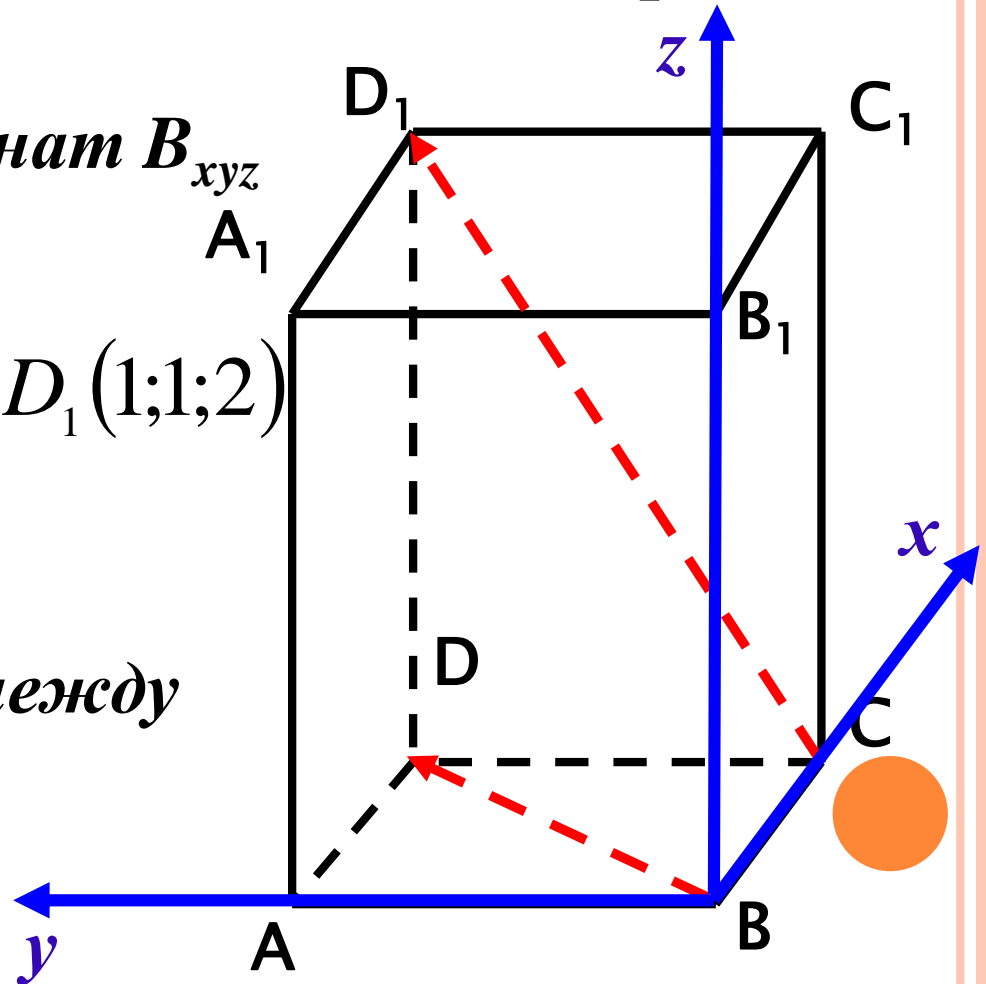
3. Координаты векторов:

$$\overrightarrow{BD} \{1;1;0\} \quad \overrightarrow{CD_1} \{0;1;2\}$$

4. Находим косинус угла между

прямыми:

$$\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{10}}$$



Дано: *прямоугольный параллелепипед*

$$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1; AB = BC = \frac{1}{2} AA_1$$

Найти *угол между прямыми BD и CD_1 .*

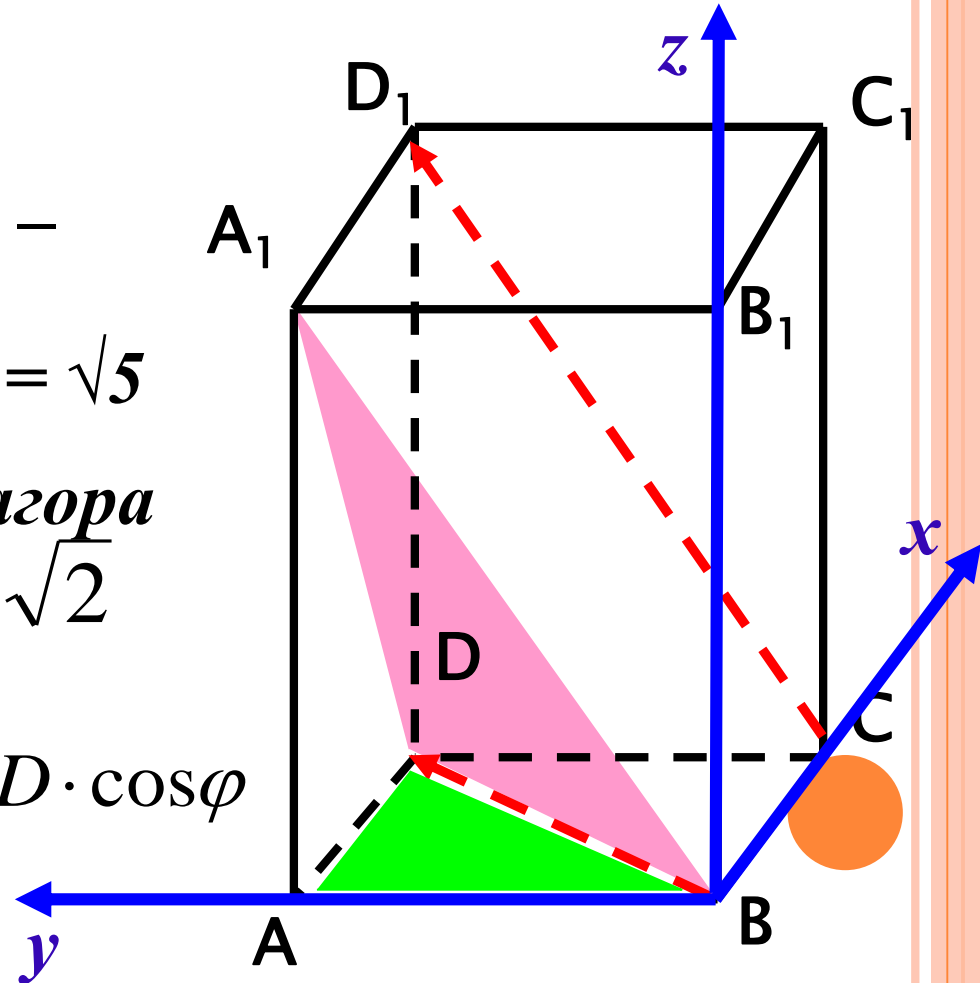
2 способ:

1. Т.к. $CD_1 \parallel BA_1$, то углы между BD и BA_1 ; BD и CD_1 — равны.
2. В $\triangle BDA_1$: $BA_1 = \sqrt{5}$, $A_1D = \sqrt{5}$
3. $\triangle BDA$: по теореме Пифагора $BD = \sqrt{AD^2 + AB^2}$ $BD = \sqrt{2}$
4. По теореме косинусов:

$$A_1D^2 = A_1B^2 + BD^2 - 2A_1B \cdot BD \cdot \cos\varphi$$



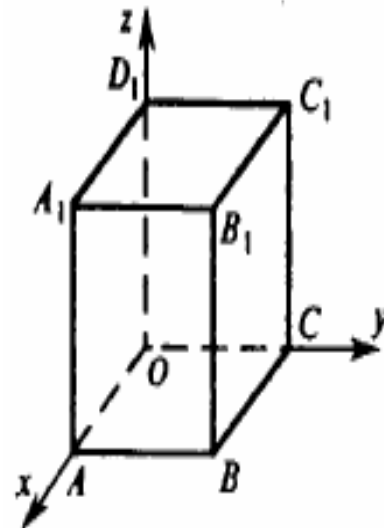
$$\cos\varphi = \frac{1}{\sqrt{10}}$$



467. Обозначим $AB=a=BC$, тогда $AA_1=2a$.

Введем прямоугольную систему координат как показано на рисунке. Тогда вершины параллелепипеда имеют координаты:

$A(a; 0; 0)$, $B(a; a; 0)$, $C(0; a; 0)$, $D(0; 0; 0)$, $A_1(a; 0; 2a)$, $B_1(a; a; 2a)$, $C_1(0; a; 2a)$, $D_1(0; 0; 2a)$.

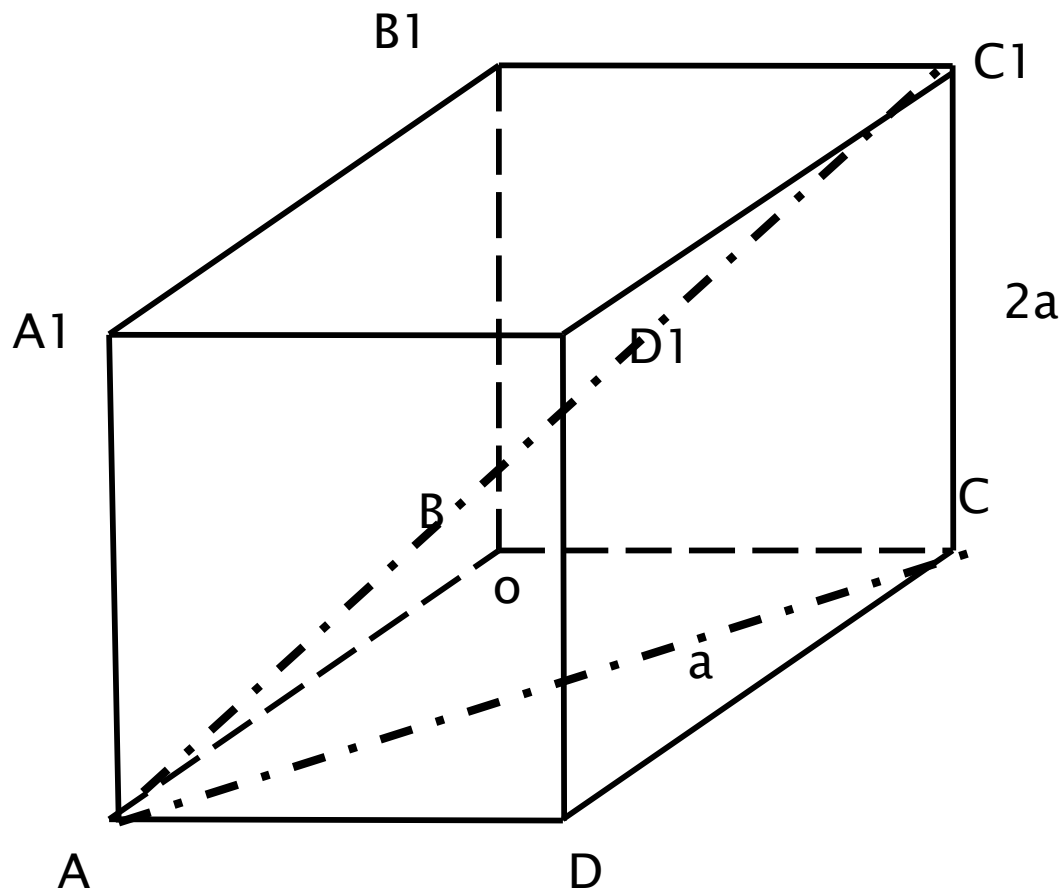


$$a) \vec{BD} \{-a; -a; 0\}, \vec{CD_1} \{0; -a; 2a\},$$

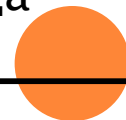
$$\cos\varphi = \frac{|0 + a^2 + 0|}{\sqrt{2a^2} \cdot \sqrt{a^2 + 4a^2}} = \frac{a^2}{a^2 \sqrt{2} \cdot \sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{10}}, \varphi \approx 71^\circ 34';$$

$$b) \vec{AC} \{-a; a; 0\}, \vec{AC_1} \{-a; a; 2a\},$$

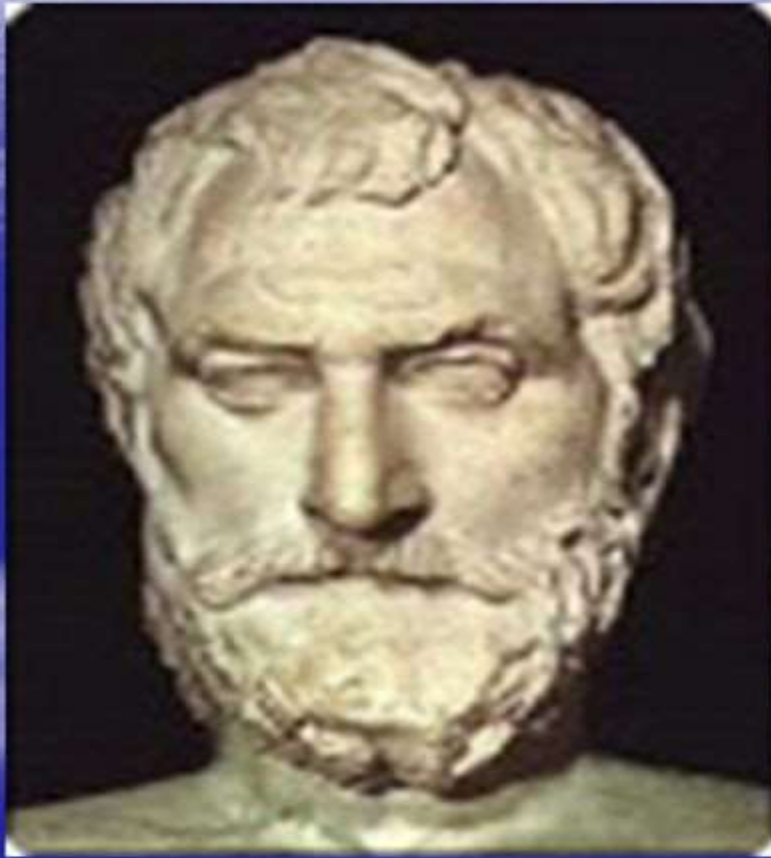
$$\cos\varphi = \frac{|a^2 + a^2 + 0|}{\sqrt{2a^2} \cdot \sqrt{2a^2 + 4a^2}} = \frac{2a^2}{a^2 \sqrt{2} \cdot \sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{3}}, \varphi \approx 54^\circ 44'.$$



Рассмотрим прямоугольный треугольник AC_1C :
Используя теорему Пифагора , вычислим $AC = a\sqrt{2}$, $AC_1 = a\sqrt{6}$, тогда
 $\cos \angle CAC_1 = 1/\sqrt{3}$



Фалес Милетский



- *Что есть больше всего на свете?*
- Пространство.
- *Что быстрее всего?*
- Ум.
- *Что мудрее всего?*
- Время.
- *Что приятнее всего?*
- Достичь желаемого.